

## UNITAT 1. Nombres racionals i irracionals

1. Ordena de forma ascendent els següents nombres enters:

-1, 5, -6, 8, -4 y 100

2. Calcula:

a)  $1 - [2 + 3 \cdot (5 - 1)]$

b)  $-2 + 5 \cdot [(-1) + 2 \cdot 6 : (-6) + 3]$

c)  $3 \cdot [2 \cdot (5 \cdot 3)^2] - 8 \cdot (3 \cdot 2^2)$

3. Calcula les potències següents:

a)  $2^3$  b)  $(-2)^4$  c)  $-2^4$  d)  $-2^0$  e)  $[(-1)^3]^5$

4. Calcula el m.c.d. i el m.c.m. dels nombres següents:

a) 16, 24, 40

b) 9, 45, 135, 300

5. Es vol enrajolar una cuina de 4,20 m d'amplada per 3,30 m de llargada, amb rajoles quadrades tan grans com sigui possible. Quines seran les mides de la rajola i quantes se n'hauran de col·locar?

## UNITAT 1. Nombres racionals i irracionals

6. Ordena del més petit al més gran, reduint a comú denominador, els nombres següents:

$$-\frac{3}{5}, \frac{7}{10}, 1, -\frac{31}{4}, 0, \frac{23}{20}$$

7. Escriu en forma decimal i ordena del més petit al més gran els nombres fraccionaris

següents:  $\frac{1}{5}, \frac{2}{3}, \frac{3}{8}, \frac{5}{7}$

8. Realitza les operacions següents:

a)  $1 - \frac{2}{3} + \frac{2}{5} - \frac{7}{15} =$

b)  $\left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5} + 1\right) - \left(\frac{3}{10} - \frac{2}{5}\right) =$

c)  $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) : \left(\frac{3}{2} - \frac{7}{10}\right) =$

9. Indica, raonant la resposta, si les afirmacions següents són certes o falses:

- a) Tots els nombres naturals són enters.
- b) Qualsevol nombre fraccionari es pot escriure en forma de nombre decimal.
- c) Hi ha nombres enters que no són racionals.
- d)  $-2$  és un nombre racional.

10. Quantes ampolles de  $\frac{3}{4}$  de litre es necessiten en un celler per embotellar 1 500 litres de vi?

**UNITAT 1. Nombres racionals i irracionals**

1.  $-6 < -4 < -1 < 5 < 8 < 100$

2.

a)  $-13$

b)  $-2$

3.

a)  $2^3 = 8$  b)  $(-2)^4 = 16$  c)  $-2^4 = -16$  d)  $-2^0 = -1$  e)  $[(-1)^3]^5 = -1$

4.

a) m.c.d. = 8

m.c.m. = 240

b) m.c.d. = 3

m.c.m. = 2 700

5.

m.c.d.(420,330) = 30 cm

$\frac{420}{30} = 14$ ,  $\frac{330}{30} = 11$ , caldrà col·locar-ne  $14 \cdot 11 = 154$

6.

$-\frac{31}{4} = -\frac{155}{20} < -\frac{3}{5} = -\frac{12}{20} < 0 < \frac{7}{10} = \frac{14}{20} < 1 = \frac{20}{20} < \frac{23}{20}$

7.

$\frac{1}{5} = 0,2 < \frac{3}{8} = 0,375 < \frac{2}{3} = 0,6 < \frac{5}{7} = \overline{0,714285}$

8.

a)  $\frac{4}{15}$

b)  $\frac{9}{4}$

9.

Falses: c)

Certes: a), b), d)

10.

$1500 \cdot \frac{4}{3} = 2000$  ampolles

## UNITAT 2. Proporcionalitat numèrica

1. Assenyala si les proporcions següents són certes o falses:

a)  $\frac{5}{3} = \frac{20}{12}$

b)  $\frac{22}{6} = \frac{55}{15}$

c)  $\frac{13}{52} = \frac{12}{49}$

2. Calcula el valor de  $x$  perquè les igualtats següents siguin certes:

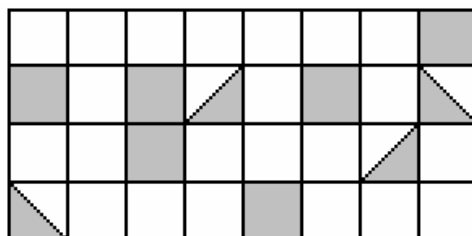
a)  $\frac{13}{14} = \frac{x}{12}$

b)  $\frac{21}{25} = \frac{7}{x}$

c)  $\frac{18}{x} = \frac{54}{23}$

3. Avui és dissabte i en Jaume ha quedat amb els seus amics a sota de casa a les 11:45 h, però abans ha de fer la neteja de la casa. Si ha començat a les 10:05 i ha tardat 1,75 hores a fer la feina, ha arribat puntual a la cita amb els amics? Quant de temps li ha sobrat o li ha faltat?

4. Quin percentatge de la quadrícula adjunta està ombrejada?



5. Volem omplir totalment d'aigua una ampolla de plàstic de 2 L al lavabo de casa, i per fer-ho utilitzem una llauna d'alumini de 33 cL. El procés és simple: omplint d'aigua la llauna i la buidem abocant-ne el contingut a l'ampolla de plàstic. Quantes vegades haurem de posar la llauna sota l'aixeta?

**UNITAT 2.** Proporcionalitat numèrica

- 6.** Un cotxe circula per una autopista a una velocitat de 25 m/s. Quina velocitat porta, expressada en km/h?
- 7.** En un mapa de carreteres fet a escala 1:1 000 000 observo que la carretera que uneix Zamora amb Salamanca és pràcticament recta. Mesuro sobre el mapa, amb un regle, la distància entre totes dues localitats i veig que és de 6,3 cm. Quina és, doncs, la distància real per carretera entre les dues poblacions?
- 8.** El consell directiu d'un conegut equip de bàsquet ha acabat la campanya de captació de socis d'aquest any i ha aconseguit augmentar el nombre de socis en un 15 %. Si l'any passat tenien 7 500 socis, quants en tenen aquest any?
- 9.** Què és més gran, el 40 % de 80 o el 80 % de 40?
- 10.** La Teresa vol pintar els sostres de casa seva i té l'ajuda de la Rosa, la seva amiga. En total són 80 m<sup>2</sup> de sostre. Sap que ella és capaç de pintar un sostre de 20 m<sup>2</sup> en 40 minuts i la Rosa, un de 30 m<sup>2</sup> en 48 minuts. Quant tardaran totes dues a pintar els sostres de casa de la Teresa?

**UNITAT 2. Proporcionalitat numèrica**

**1.**

- a) Cert (5 · 12 = 3 · 20)                      b) Cert (22 · 15 = 6 · 55)                      c) Fals (13 · 49 ≠ 52 · 12)

**2.**

a)  $x = \frac{12 \cdot 13}{14} = \frac{156}{14} = \frac{78}{7}$

b)  $x = \frac{7 \cdot 25}{21} = \frac{25}{3}$

c)  $x = \frac{23 \cdot 18}{54} = \frac{23}{3}$

**3.** 1,75 hores són 1 hora i 45 minuts, per tant no ha arribat puntualment a la cita. Li han faltat 5 minuts.

**4.** 25 % (8 quadres de 32; 6 de sencers i 4 mitjos quadres)

**5.**  $\frac{2000 \text{ cL}}{33 \text{ cL}} = 6,06 \rightarrow 7 \text{ vegades}$

**6.** 
$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ km} = 1000 \text{ m} \rightarrow 1 \text{ m} = \frac{1}{1000} \text{ km} \\ 1 \text{ h} = 3600 \text{ s} \rightarrow 1 \text{ s} = \frac{1}{3600} \text{ h} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{25 \text{ m}}{1 \text{ s}} = \frac{25 \cdot \frac{1}{1000} \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = \frac{25 \cdot 3600}{1000} = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

**7.** 
$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ cm} \rightarrow 1\,000\,000 \text{ cm} \\ 6,3 \text{ cm} \rightarrow x \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow x = 6\,300\,000 \text{ cm} = 63 \text{ km}$$

**8.**  $15\% \text{ de } 7\,500 \rightarrow \frac{15 \cdot 7\,500}{100} = 15 \cdot 75 = 1125$   
Aquest any tenen, doncs,  $7\,500 + 1\,125 = 8\,625$  socis.

**9.**  $40\% \text{ de } 80 \rightarrow \frac{40}{100} \cdot 80 = 32$

$80\% \text{ de } 40 \rightarrow \frac{80}{100} \cdot 40 = 32$

**10.** El que pinta la Teresa en un minut  $\rightarrow \frac{20}{40} = 0,5 \frac{\text{m}^2}{\text{min}}$

El que pinta la Rosa en un minut  $\rightarrow \frac{30}{48} = \frac{5 \text{ m}^2}{8 \text{ min}} = 0,625 \frac{\text{m}^2}{\text{min}}$

El que pinten entre totes dues en un minut  $\rightarrow 0,5 \frac{\text{m}^2}{\text{min}} + 0,625 \frac{\text{m}^2}{\text{min}} = 1,125 \frac{\text{m}^2}{\text{min}}$

El que tarden a pintar-ho tot  $\rightarrow \frac{80 \text{ m}^2}{1,125 \frac{\text{m}^2}{\text{min}}} = 71,11 \text{ min} \approx 1 \text{ h } 11 \text{ min}$

## UNITAT 3. Polinomis

1. Relaciona cada expressió algebraica (cada polinomi) amb l'enunciat corresponent:

- |   |               |
|---|---------------|
| a) Un nombre dividit entre l'anterior.                          | $0,97x$       |
| b) El quàdruple del quadrat d'un nombre menys la seva meitat.   | $\sqrt{2}x$   |
| c) El preu de l'ús del telèfon rebaixat en un 3 %.              | $x(x-1)^{-1}$ |
| d) La hipotenusa d'un triangle rectangle de catets iguals $x$ . | $4x^2 - 0,5x$ |

2. Expressa algebraicament cada un dels enunciats següents:

- L'espai que recorre en un temps  $t$  un vehicle que viatja a una velocitat mitjana  $v$ .
- Un nombre natural  $n$  més l'anterior i menys el posterior.
- La cinquena part de l'àrea d'un cercle de diàmetre  $D$ .
- L'àrea d'un quadrat en funció de la seva diagonal  $x$ .

3. Indica en els polinomis següents el nombre de termes que té, els coeficients de cada terme (separats per comes), les variables que intervenen (separades per comes) i el grau del polinomi.

Polinomi	N. termes	Coefficients	Variables	Grau
$5x^2 + 3x - 20$				
$2x - y^2$				
$bx - \sqrt[3]{ax^2} + c$				
$-5x^2y + \frac{2}{3}y - 4xy$				

4. Si unes sabates que has vist en una sabateria costen  $z$  euros i a l'hora de comprar-les t'han fet un descompte del 12 %, quant t'han costat?

5. El cost d'establiment d'una trucada telefònica és de 0,1 € i cada segon d'ús del telèfon té un cost de 0,012€. Expressa en forma algebraica el cost d'una trucada telefònica que ha durat  $t$  segons.

## UNITAT 4. Polinomis

**6.** Donats els polinomis  $P = 3x^3 + 2x - 1$ ;  $Q = -x^2 + 5x + 12$  i  $R = 2x^3 + 3x^2 - 4x - 1$ , calcula el polinomi resultant d'efectuar les operacions següents:  $P - Q$ ;  $R - 2P$ ;  $P - R + 2Q$ .

**7.** Donats els polinomis  $S = 3x - 1$ ;  $T = 2x^2 - x + 1$  i  $V = 4x^2 - x + 4$ , calcula el polinomi resultant d'efectuar les operacions següents:  $S \cdot T$ ;  $(T - V) \cdot S$ ;  $2S \cdot V$

**8.** Desenvolupa el quadrat dels polinomis següents:

a)  $P = 2x + 3$

b)  $Q = 5 - 4x$

c)  $R = ax^2 - 6$

d)  $S = \sqrt{3}x + \frac{2}{5}y$

**9.** Donats els polinomis  $P = -6x^2 + 26x + 20$ ;  $Q = 3x + 2$ ;  $R = 3x^3 - 16x^2 + 3x + 10$  i  $S = 5 - x$ , efectua les divisions següents:  $\frac{P}{Q}$ ;  $\frac{R}{S}$ ;  $\frac{P}{S}$  i  $\frac{R}{Q}$

**10.** Escribe les expressions següents com a productes de factors:

a)  $11x^2 - 121 =$

b)  $169 - x^4 =$

c)  $8x^3 + 36x^2 + 54x + 27 =$

d)  $63ay^2 - 7ax^2 =$



# Fitxa 1a Avaluació de diagnosi

Alumne/a ..... Curs ..... Data .....

1.

a)  $x(x-1)^{-1}$

b)  $4x^2 - 0,5x$

c)  $0,97x$

d)  $\sqrt{2}x$

2.

a) Espai recorregut  $\equiv v \cdot t$

b)  $n + (n-1) - (n+1) = n-2$

c)  $\frac{\pi D^2}{20}$

d)  $\frac{x^2}{2}$

3.

Polinomi	N. termes	Coefficients	Variables	Grau
$5x^2 + 3x - 20$	3	5, 3, -20	x	2
$2x - y^2$	2	2, -1	x, y	2
$bx - \sqrt[3]{ax^2} + c$	3	b, $\sqrt[3]{a}$ , c	x	1
$-5x^2y + \frac{2}{3}y - 4xy$	3	-5, $\frac{2}{3}$ , -4	x, y	3

4.

Han valgut:  $z - \frac{12}{100}z = z - 0,12z = 0,88z$

5. Anomenem  $c$  el cost de la trucada:  $c(t) = 0,1 + 0,012 \cdot t$ , on  $t$  és el temps de durada de la trucada en segons.

## Fitxa 1b Avaluació de diagnosi

Alumne/a ..... Curs ..... Data .....

6.  $P - Q = (3x^3 + 2x - 1) - (-x^2 + 5x + 12) = 3x^3 + x^2 - 3x - 13$   
 $R - 2P = (2x^3 + 3x^2 - 4x - 1) - (6x^3 + 4x - 2) = -4x^3 + 3x^2 - 8x + 1$   
 $P - R + 2Q = (3x^3 + 2x - 1) - (2x^3 + 3x^2 - 4x - 1) + (-2x^2 + 10x + 24) = x^3 - 5x^2 + 16x + 24$

7.  $S \cdot T = (3x - 1) \cdot (2x^2 - x + 1) = 6x^3 - 3x^2 + 3x - 2x^2 + x - 1 = 6x^3 - 5x^2 + 4x - 1$   
 $(T - V) \cdot S = (-2x^2 - 3) \cdot (3x - 1) = -6x^3 + 2x^2 - 9x + 3$   
 $2S \cdot V = (6x - 2) \cdot (4x^2 - x + 4) = 24x^3 - 6x^2 + 24x - 8x^2 + 2x - 8 = 24x^3 - 14x^2 + 26x - 8$

8.

a)  $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$

b)  $(5 - 4x)^2 = 16x^2 - 40x + 25$

c)  $(ax^2 - 6)^2 = a^2x^4 - 12ax^2 + 36$

d)  $(\sqrt{3}x + \frac{2}{5}y)^2 = 3x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{5}xy + \frac{4}{25}y^2$

9.

Divisió	Quocient	Residu
$\frac{P}{Q}$	$-2x+10$	0
$\frac{R}{S}$	$-3x^2+x+2$	0
$\frac{P}{S}$	$6x+4$	0
$\frac{R}{Q}$	$x^2-6x+5$	0

10.

a)  $11x^2 - 121 = 11(x^2 - 11)$

b)  $169 - x^4 = (13 - x^2) \cdot (13 + x^2)$

c)  $8x^3 + 36x^2 + 54x + 27 = (2x + 3)^3$

d)  $7^a (9y^2 - x^2) = 7a(3y - x) \cdot (3y + x)$

## UNITAT 4. Equacions i sistemes de equacions

1. Indica en les següents equacions de primer grau amb una incògnita quins són la incògnita, el coeficient i el terme independent.

Equació	Incògnita	Coeficient	Terme independent
$2x - 5 = 0$			
$2(5t - 3) - 7t = 0$			
$3a + (a - 1) = 2(a - 3)$			

2. Indica per a cada equació si és de solució única (compatible determinada), si té infinites solucions (compatible indeterminada) o si no té solució (incompatible):

a)  $\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = \frac{2x}{3}$

b)  $3(x - 3) = 6 - 2x$

c)  $1 - (x + 4) = (2x + 3) - 3(x + 2)$

3. Resol les equacions següents:

a)  $5 - (2x + 1) = 3x - 16$

b)  $3(a + 1) - 2(a - 2) = 4 - a$

c)  $2t(t - 2) = 3t - 21 + 2t^2$

4. Indica quins dels parells d'equacions següents són equivalents:

a)  $2(x + 1) - 2 = 3x + 1 \Leftrightarrow 4x - 1 = 6x$

b)  $3y - 15 = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{5}y - 3 = 0$

c)  $7 + 3(t - 4) = 5t + 12 \Leftrightarrow 4t - 3 = 7 - (5 - 2t)$

5. Resol les equacions següents:

a)  $\frac{5}{2}(y - 3) + \frac{3}{8}(4 - 4y) = 0$

b)  $\frac{5x - 4}{4 + x} = \frac{7}{2}$

6. Resol les següents equacions de segon grau amb una incògnita:

a)  $2x^2 + x - 6 = 0$

b)  $3x^2 - 15x = 0$

7. La suma de tres nombres naturals consecutius és de 63. De quins nombres estem parlant?

8. Dos vehicles que disten entre ells 5 km surten alhora i van l'un cap a l'altre en línia recta a una velocitat mitjana de 70 km/h i 80 km/h respectivament. Quants segons tardaran a trobar-se?

9. Resol els següents sistemes de equacions de primer grau amb dues incògnites:

a)  $\begin{cases} x + 3y = 6 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 4u - 3v = 12 \\ 3u - 2v = 8 \end{cases}$

10. L'Amaya i la Neus volen comprar, entre totes dues, una col·lecció de CD de música que val 57 €. Com que l'Amaya pensa que la farà servir més, deixa que la Neus posi la meitat de diners que ella. Quants diners hi posa cada amiga per pagar la col·lecció?

## UNITAT 4. Equacions i sistemes de equacions

1.

Equació	Incògnita	Coefficient	Terme independent
$2x - 5 = 0$	$x$	2	-5
$2(5t - 3) - 7t = 0$	$t$	3	-6
$3a + (a - 1) = 2(a - 3)$	$a$	2	5

2.

a)  $\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = \frac{2x}{3}$  > Incompatible

Si simplifiquem per  $x$ , queda la igualtat  $\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{15} = \frac{2}{3}$ , que no és certa.

b)  $3(x - 3) = 6 - 2x$  > Compatible determinada

$$3x - 9 = 6 - 2x \rightarrow 5x = 15 \rightarrow x = 3$$

c)  $1 - (x + 4) = (2x + 3) - 3(x + 2)$  > Compatible indeterminada

$$-x - 3 = -x - 3 \rightarrow -3 = -3$$

3.

a)  $5 - 2x - 1 = 3x - 16 \rightarrow 4 - 2x = 3x - 16 \rightarrow 4 + 16 = 3x + 2x \rightarrow 20 = 5x \rightarrow x = 4$

b)  $3a + 3 - 2a + 4 = 4 - a \rightarrow a + 7 = 4 - a \rightarrow a + a = 4 - 7 \rightarrow 2a = -3 \rightarrow a = \frac{-3}{2}$

c)  $2t^2 - 4t = 3t - 21 + 2t^2 \rightarrow 2t^2 - 2t^2 - 4t - 3t = -21 \rightarrow -7t = -21 \rightarrow t = \frac{-21}{-7} \rightarrow t = 3$

4.

a) $2(x + 1) - 2 = 3x + 1$	$\Leftrightarrow$	$4x - 1 = 6x$	
$2x + 2 - 2 = 3x + 1$		$4x - 1 - 6x = 0$	
$2x = 3x + 1$		$4x - 6x - 1 = 0$	
$2x - 3x = 1$		$-2x - 1 = 0$	>
$-x = 1$		$-2x = 1$	
$x = -1$		$x = -\frac{1}{2}$	

No són equivalents perquè tenen solucions diferents.

b)  $3y - 15 = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{5}y - 3 = 0$  > Equivalents

$3y = 15$	$\frac{3}{5}y = 3$
-----------	--------------------

$y = \frac{15}{3}$	$y = \frac{3 \cdot 5}{3}$
--------------------	---------------------------

$y = 5$	$y = 5$
---------	---------

c)  $7 + 3(t - 4) = 5t + 12 \Leftrightarrow 4t - 3 = 7 - (5 - 2t)$  > No són equivalents

$7 + 3t - 12 = 5t + 12$	$4t - 3 = 7 - 5 + 2t$
-------------------------	-----------------------

$3t - 5t = 12 - 7 + 12$	$4t - 2t = 7 - 5 + 3$
-------------------------	-----------------------

$-2t = 17$	$2t = 5$
------------	----------

$t = \frac{-17}{2}$	$t = \frac{5}{2}$
---------------------	-------------------

**UNITAT 4.** Equacions i sistemes de equacions

5.

a)  $\frac{5}{2}(y-3) + \frac{3}{8}(4-4y) = 0 \quad y = 6$

$$\frac{20(y-3)}{8} + \frac{12(1-y)}{8} = 0 \rightarrow \frac{20y-60+12-12y}{8} = 0 \rightarrow 8y-48=0 \rightarrow 8y=48 \rightarrow y=6$$

b)  $\frac{5x-4}{4+x} = \frac{7}{2} \rightarrow x = 12$

$$2(5x-4) = 7(4+x) \rightarrow 10x-8 = 28+7x \rightarrow 10x-7x = 28+8 \rightarrow 3x = 36 \rightarrow x = 12$$

6.

a)  $2x^2 + x - 6 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6)}}{4} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{4} = \frac{-1 \pm 7}{4} \begin{cases} \rightarrow x = -2 \\ \rightarrow x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

b)  $3x^2 - 15x = 0 \quad x = 0 \text{ y } x = 5$

$$x(3x-15) = 0.$$

Una solució és  $x = 0$  i l'altra la que resulti d'igualar  $3x - 15$  a 0.

$$3x - 15 = 0 \rightarrow 3x = 15 \rightarrow x = 5$$

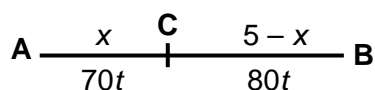
7. Anomenem  $n$  el nombre més baix dels tres. La condició del problema l'expressem algebraicament de la manera següent:

$$n + (n + 1) + (n + 2) = 63 \rightarrow 3n + 3 = 63 \rightarrow 3n = 63 - 3 \rightarrow 3n = 60 \rightarrow n = 20$$

Per tant, els nombres són 20, 21 i 22.

8. Velocitat del vehicle que surt del punt A: 70 km/h

Velocitat del vehicle que surt del punt B: 80 km/h



Suposem que els vehicles s'uneixen en el punt C. El punt de trobada verifica la condició següent: la suma de distàncies a què es troba cada un del punt de partida és de 5 km, la distància entre els punts A i B.

D'altra banda, la distància recorreguda per cada vehicle és el producte de la velocitat mitjana pel temps transcorregut. Si els dos vehicles han sortit dels punts respectius alhora, tardaran un temps idèntic a trobar-se, de manera que les distàncies que recorren són, respectivament,  $70t$  i  $80t$ . En conseqüència:

$$70t + 80t = 5 \rightarrow 150t = 5 \rightarrow t = \frac{5}{150} = \frac{1}{30} \text{ hores} \rightarrow t = \frac{60}{30} \text{ minuts} = 2 \text{ min} = 120 \text{ s}$$

Per tant, es trobaran quan hagin passat 120 s.

**UNITAT 4.** Equacions i sistemes de equacions**9.**

$$a) \begin{cases} x + 3y = 6 & (1) \\ 3x - 2y = 7 & (2) \end{cases}$$

Aïllem  $x$  en la equació (1):  $x = 6 - 3y$ Substituïm aquest valor de  $x$  en l'equació (2)

$$3(6 - 3y) - 2y = 7 \rightarrow 18 - 11y = 7 \rightarrow -11y = -11 \rightarrow y = 1$$

Tornem al valor de  $x$ :  $x = 6 - 3y = 6 - 3 = 3$ .  $x = 3, y = 1$ 

$$b) \begin{cases} 4u - 3v = 12 & (1) \\ 3u - 2v = 8 & (2) \end{cases} \xrightarrow{-3(1) \text{ y } 4(2)} \begin{cases} -12u + 9v = -36 & (1') \\ 12u - 8v = 32 & (2') \end{cases} \xrightarrow{(1')+(2')} v = -4$$

Substituïm el valor de  $v$  en l'equació (2):

$$3u - 2(-4) = 8 \rightarrow 3u + 8 = 8 \rightarrow 3u = 0 \rightarrow u = 0$$

$$u = 0, v = -4$$

**10.** $x \equiv$  diners que posa l'Amaya $y \equiv$  diners que posa la Neus

$$\begin{cases} x + y = 57 & (1) \\ 2y = x & (2) \end{cases} \Rightarrow \text{Substituïm el valor de } x \text{ de l'equació (2) en l'equació (1)}$$

$$x + 2x = 57 \rightarrow 3x = 57 \rightarrow x = 19$$

L'Amaya posa 38 € i la Neus, 19 €.

# Fitxa 1 Avaluació de diagnosi

Alumne/a ..... Curs ..... Data .....

## UNITAT 5. Figures planes

- La hipotenusa d'un triangle rectangle fa 13 cm. Si un dels catets mesura 12 cm, calcula la longitud de l'altre.
- Completa la següent taula sobre els polígons que es mostren:

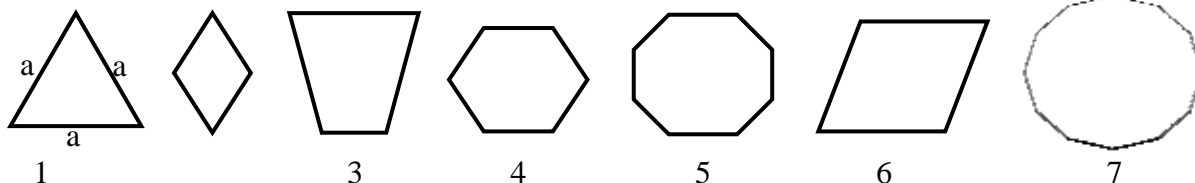
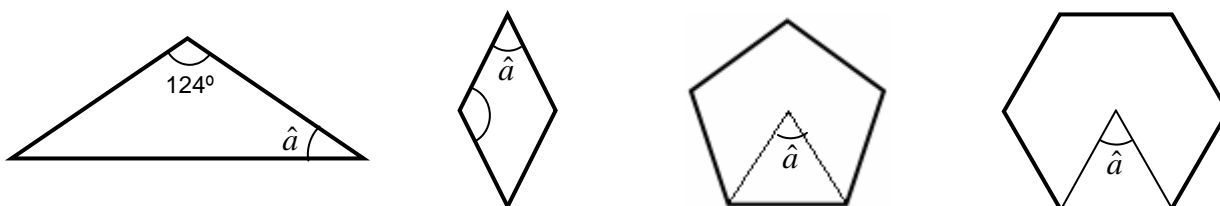


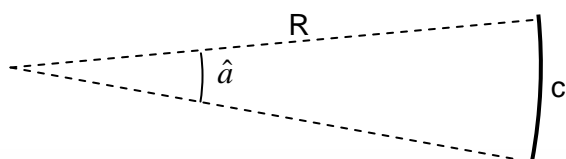
Figura	1	2	3	4	5	6	7
Núm. vèrtexs							
Núm. costats							
Nom							

- Calcula el perímetre i l'àrea d'un triangle isòsceles els costats del qual mesuren 10, 10 i 16 cm, respectivament.
- Calcula l'angle  $\hat{a}$  en cadascun dels casos següents:

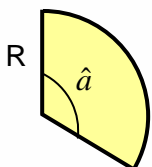


- Quines de les afirmacions següents sobre triangles són vertaderes i quines són falses?
  - L'altura d'un triangle rectangle pot ser més gran que la seva hipotenusa.
  - L'incentre es troba sempre a l'interior del triangle.
  - La mitjana d'un costat és la recta perpendicular traçada al punt mitjà.
  - El baricentre és el punt de tall de les tres mitjanes d'un triangle.
- Quina és l'àrea d'un decàgon de 4 cm de costat i 6,2 cm d'apotema?
- Quantes vegades és més gran l'àrea d'un quadrat que l'àrea del seu cercle inscrit? I l'àrea d'un cercle respecte del quadrat inscrit a la seva circumferència?
- Si una circumferència  $C$  és tangent interior respecte d'una altra  $D$  i passa pel centre d'aquesta última, què pots dir de la relació entre les seves longituds? I de la relació entre les àrees dels cercles que genera cada una d'elles?

- Quina és la longitud de l'arc de circumferència  $c$  de la figura?  $R = 40$  cm;  $\hat{a} = 18^\circ$



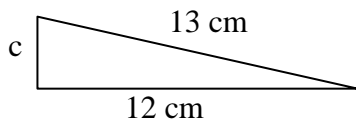
- Calcula, utilitzant el concepte de proporcionalitat, l'àrea del sector circular de la figura.



$R = 20$  cm

## UNITAT 5. Figures planes

1.



Segons el teorema de Pitàgores:

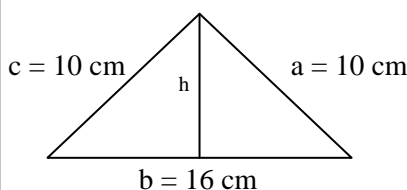
$$13^2 = 12^2 + c^2 \rightarrow c^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25$$

$$c = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

2.

Figura	1	2	3	4	5	6	7
Núm. vèrtexs	3	4	4	6	8	4	12
Núm. costats	3	4	4	6	8	4	12
Nom	Triangle equilàter	Rombe	Trapezi isòsceles	Hexàgon regular	Octògon regular	Paral·lelogram	Dodecàgon

3.



Perímetre (P)  $\equiv$  suma de la longitud dels tres costats del triangle.

$$P = a + b + c = 10 + 10 + 16 = 36 \text{ cm}$$

$$\text{Àrea} = \frac{1}{2} \cdot \text{base} \cdot \text{altura} = 0,5 \cdot 16 \cdot h = 8h = 8 \cdot 6 = 48 \text{ cm}^2$$

$$\text{A més a més: } a^2 = h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \rightarrow 10^2 = h^2 + 8^2 \rightarrow 100 = h^2 + 64 \rightarrow h^2 = 100 - 64 = 36 ; \mathbf{h = 6 \text{ cm}}$$

4. La suma dels angles interns d'un polígon d'n costats és:  $(n - 2) \cdot 180^\circ$

- Figura 1. La suma dels angles interns d'un triangle és de  $180^\circ$ . Per tant,  $\hat{a} = 28^\circ$
- Figura 2. La suma dels angles de l'interior d'un rombe és de  $360^\circ$ . A més a més, els angles són iguals dos a dos. Per tant,  $\hat{a} = \frac{360 - 2 \cdot 100}{2} = 80^\circ$
- Figura 3. En una volta ( $360^\circ$ ), hi ha 5 angles iguals l' $\hat{a}$ , per tant, cada un d'ells val  $\frac{360}{5} = 72^\circ$
- Figura 4. En una volta ( $360^\circ$ ), hi ha 6 angles iguals l' $\hat{a}$ , per tant, cada un d'ells val  $\frac{360}{6} = 60^\circ$

5.

a) L'altura d'un triangle rectangle pot ser més gran que la seva hipotenusa.

Fals. En un triangle rectangle l'altura sempre és un segment intern al triangle, i la hipotenusa és el segment intern més gran que podem considerar en un triangle rectangle.

b) L'incentre es troba sempre a l'interior del triangle.

Vertader. Per definició, l'incentre és el punt de tall de les bisectrius dels angles interns d'un triangle, per la qual cosa el seu tall queda a l'interior.



**UNITAT 5. Figures planes**

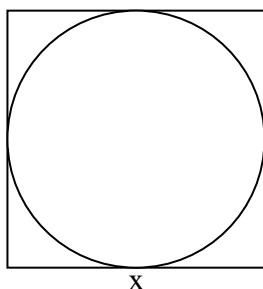
- c) La mitjana d'un costat és la recta perpendicular traçada al punt mitjà.  
Fals, la mediatriu d'un costat és la recta perpendicular traçada al punt mitjà.
- d) El baricentre és el punt de tall de les tres mitjanes d'un triangle.  
Vertader, per definició de baricentre.

- e) Quina és l'àrea d'un decàgon de 4 cm de costat i 6,2 cm d'apotema?

Un decàgon és un polígon regular de 10 costats. L'àrea d'un polígon d'aquest tipus és:

$$\text{Àrea} = \frac{\text{apotema} \cdot \text{perímetre}}{2} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 6,2}{2} = 20 \cdot 6,2 = 124 \text{ cm}^2$$

- f) Quantes vegades és més gran l'àrea d'un quadrat que l'àrea del seu cercle inscrit? I l'àrea d'un cercle respecte del quadrat inscrit a la seva circumferència?



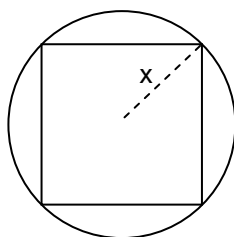
Cercle inscrit en un quadrat de costat  $x$

Àrea del quadrat:  $A = x^2$

Àrea del cercle:  $A' = \pi R^2 = \pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{\pi x^2}{4}$

$$\frac{A}{A'} = \frac{x^2}{\frac{\pi x^2}{4}} = \frac{4}{\pi}$$

L'àrea del quadrat és  $\frac{4}{\pi}$  vegades l'àrea del seu cercle inscrit.



Quadrat inscrit en un cercle de radi  $x$

Àrea del cercle:  $A = \pi x^2$

Àrea del quadrat inscrit ( $A'$ ).

La diagonal del quadrat és el diàmetre de la circumferència que l'inscriu ( $d = 2x$ ).

La diagonal d'un quadrat és  $\sqrt{2}$  vegades el costat d'aquest quadrat ( $d = \sqrt{2} c$ ).

Per tant, si denominem  $l$  al costat del quadrat:

$$c = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{2x}{\sqrt{2}}$$

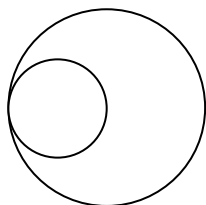
Per tant, l'àrea del quadrat és:  $A' = c^2 = \left(\frac{2x}{\sqrt{2}}\right)^2 = 2x^2$

$$\frac{A}{A'} = \frac{\pi x^2}{2x^2} = \frac{\pi}{2}$$

L'àrea del cercle és  $\frac{\pi}{2}$  més gran que la del quadrat inscrit.

**UNITAT 5. Figures planes**

g) Si una circumferència  $C$  és tangent interior respecte d'una altra  $D$  i passa pel centre d'aquesta última, què pots dir de la relació entre les seves longituds? I de la relació entre les àrees dels cercles que genera cada una d'elles?



Perquè  $C$  sigui tangent interior respecte de  $D$  i passi pel seu centre, el diàmetre de  $C$  ha de ser el radi de  $D$ , és a dir, el radi de  $C$  és la meitat que el de  $D$ . Si ens imaginem que  $R$  és el radi de  $D$ . El radi de  $C$  serà  $R/2$ .

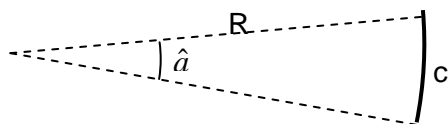
Longitud i àrea de la circumferència  $D$ :  $L = 2\pi R$ ;  $A = \pi R^2$

Longitud i àrea de la circumferència  $C$ :  $l' = 2\pi\left(\frac{R}{2}\right) = \pi R$ ;  $A' = \pi\left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{\pi R^2}{4}$

És fàcil veure que la longitud de  $D$  és el doble que la de  $C$ , i la seva àrea quatre vegades més gran

$$\frac{l}{l'} = \frac{2\pi R}{\pi R} = 2 \quad \frac{A}{A'} = \frac{\pi R^2}{\frac{\pi R^2}{4}} = 4$$

**9.**  $R = 40$  cm;  $\hat{a} = 18^\circ$

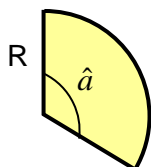


Longitud ( $l$ ) d'un arc de circumferència definit per l'angle central  $\hat{a}$ :

$$l = 2\pi R \frac{\hat{a}}{360} = 2\pi \cdot 40 \cdot \frac{18}{360} = 12,57 \text{ cm}$$

**10.**  $R = 20$  cm;  $\hat{a} = 120^\circ$

Àrea ( $A$ ) d'un sector circular d'un cercle de radi  $R$  definit per l'angle  $\hat{a}$ :

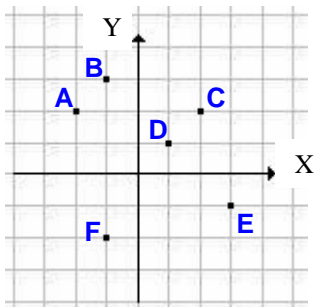


$$A = \pi R^2 \frac{\hat{a}}{360} = \pi(20)^2 \cdot \frac{120}{360} = 418,88 \text{ cm}^2$$

## UNITAT 6. Moviments en el pla

1. Dibuixa un sistema de referència cartesià i situa els punts següents: A (3 , 2), B (-2 , 4), C (-1 , -1), D (3 , -2), E (-4 , 1) i F (3 , -3)

2. Escriu les coordenades dels punts situats en el sistema de referència cartesià del costat.



3. Dibuixa un sistema de referència cartesià i representa les rectes següents:

a)  $y = x + 3$

b)  $2y = x + 4$

4. Quin tipus de polígon queda representat pels vèrtexs de coordenades (4 , 2), (-4 , 2), (4 , -2), (-4 , -2), (-2 , 4), (2 , -4), (2 , 4) i (-2 , -4)?

5. Dibuixa les fletxes definides a continuació en un sistema de referència cartesià, de manera que els seus punts origen i les seves puntes siguin les següents:

a) Punt origen: A (3 , 1) i punta: B (6 , 5)

b) Punt origen: A (0 , 3) i punta: B (-1 , 4)

c) Punt origen: A (-4 , 0) i punta: B (3 , -3)

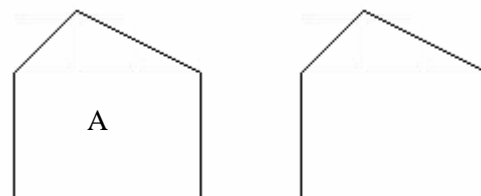
**UNITAT 6. Moviments en el pla**

- 6.** En la fletxa definida a l'apartat *a)* de l'activitat anterior:
- Assenyala quantes unitats cal desplaçar-se *horitzontalment* des del punt origen per arribar a l'altura de la coordenada *x* de la punta.
  - Assenyala quantes unitats cal desplaçar-se *verticalment* des del punt origen per arribar a l'altura de la coordenada *y* de la punta.
  - Si cada unitat del sistema de referència cartesià representa 1 cm de longitud, quant mesura la fletxa?
- 7.** Calcula l'àrea del polígon definit pels vèrtexs A (3, 4), B (3, -6), C (-5, -1) i D (-5, 4), suposant que cada quadrícula del sistema de referència cartesià representa una superfície d'1 cm<sup>2</sup>. Uneix els vèrtexs en l'ordre A- B- C- D- A.

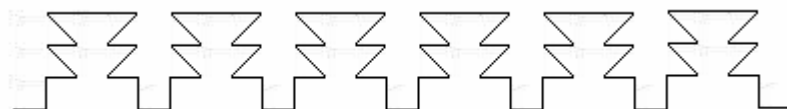
- 8.** Assenyala quina d'aquestes rectes és paral·lela a l'eix *OX*:

- a)  $y = x$       b)  $x = -3$       c)  $y = 4$       d)  $y = x - 1$

- 9.** Observa les dues figures adjuntes i assenyala si poden ser simètriques respecte d'un eix vertical. Si consideres que no ho són, dibuixa el simètric de la figura A respecte d'un eix vertical.

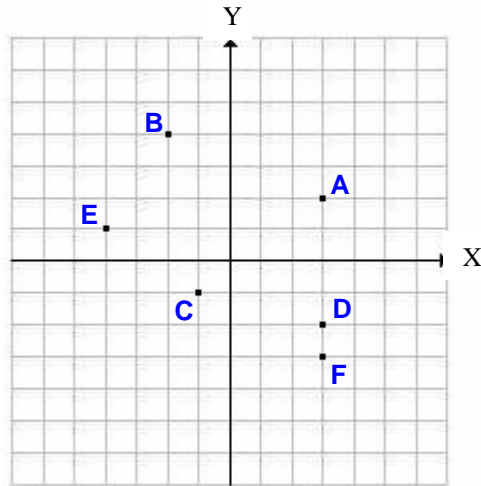


- 10.** Un fris és un dibuix generat per la translació d'una figura base. Quina és la figura base que es trasllada per donar lloc al fris següent?

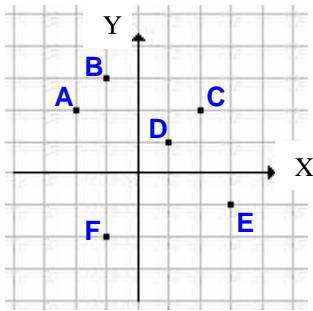


**UNITAT 6. Moviments en el pla**

1.



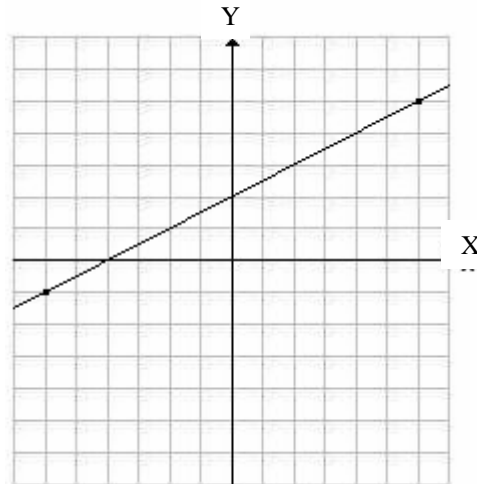
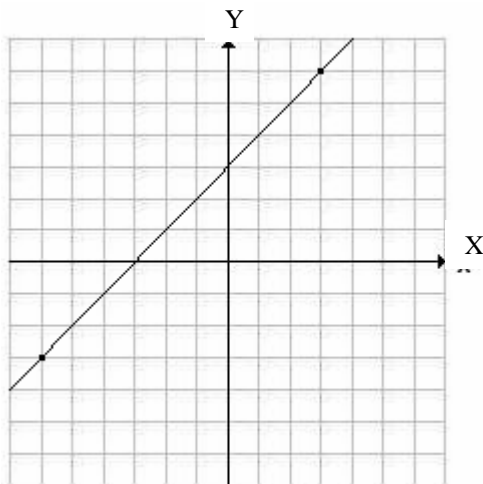
2.



- A (-2, 2)
- B (-1, 3)
- C (2, 2)
- D (1, 1)
- E (3, -1)
- F (-1, -2)

3.

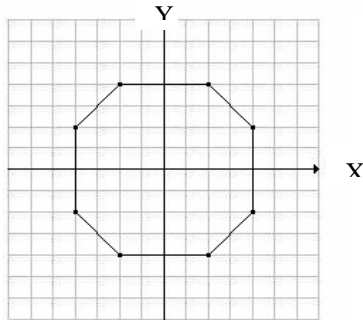
- a)  $y = x + 3$
- b)  $2y = x + 4 \rightarrow y = \frac{x}{2} + 2$



Només calen dos punts per definir una recta, així que prenc dos punts en cada una de les gràfiques, els dibuixo i els uneixo mitjançant una recta.

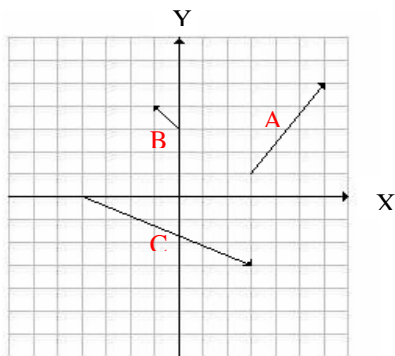
$$y = x + 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \rightarrow y = 6 \\ x = -6 \rightarrow y = -3 \end{cases} \quad y = \frac{x}{2} + 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \rightarrow y = 5 \\ x = -6 \rightarrow y = -1 \end{cases}$$

4.



Es tracta d'una figura plana de vuit costats, per tant es tracta d'un octògon, tot i que no és regular, perquè la longitud dels costats no és la mateixa.

5.



6.

a) Assenyala quantes unitats cal desplaçar-se *horitzontalment* des del punt origen per arribar a l'altura de la coordenada  $x$  de la punta.

Cal desplaçar-se horitzontalment del punt A (3 , 1) al punt B (6 , 5), per tant el desplaçament serà la distància horitzontal existent entre les seves coordenades  $x$ :

$$\text{Desplaçament horitzontal} = x_B - x_A = 6 - 3 = 3 \text{ unitats}$$

b) Assenyala quantes unitats cal desplaçar-se *verticalment* des del punt origen per arribar a l'altura de la coordenada  $y$  de la punta.

Seguint el mateix criteri utilitzat en el punt anterior:

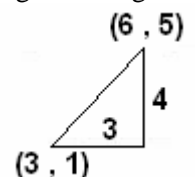
$$\text{Desplaçament vertical} = y_B - y_A = 5 - 1 = 4 \text{ unitats}$$

c) Si cada unitat del sistema de referència cartesià representa 1 cm de longitud, quant mesura la fletxa?

Amb la longitud de la fletxa i els desplaçaments horitzontal i vertical es forma un triangle rectangle en el qual la seva hipotenusa és la longitud de la fletxa.

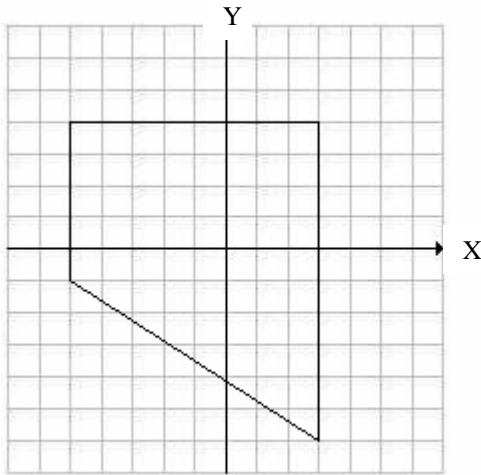
Denominem  $d$  la longitud de la fletxa. Aplicant el teorema de Pitàgores:

$$d^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow d^2 = 25 \rightarrow d = 5 \text{ cm}$$



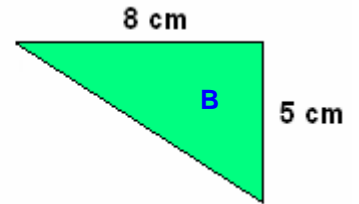
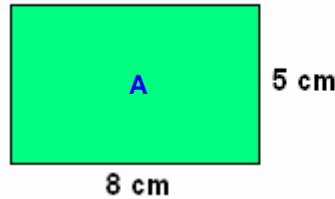
**UNITAT 6. Moviments en el pla**

7.

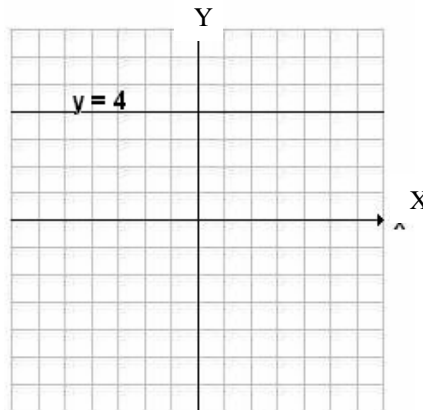


Àrea de la figura = àrea d'A + Àrea de B

$$A = A_A + A_B = 5 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 = 60 \text{ cm}^2$$

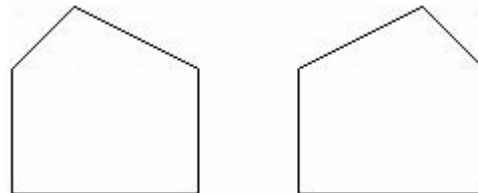


8. Una recta paral·lela a l'eix  $OX$  és una recta que té el mateix valor que  $y$  independentment del valor de  $x$ , per tant, la resposta correcta és la c).

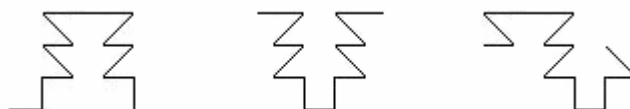


9. A primera vista pot semblar que són simètriques, perquè les veiem amb formes iguals i en la mateixa posició, però no ho són. Entre les dues figures el que hi ha hagut és una translació, però no un moviment de simetria.

Les figures simètriques són les següents:



10. Hi ha moltes figures que poden donar lloc al fris anterior per translació. Aquí se n'assenyalen algunes:



## UNITAT 7. Poliedres

- Un políedre és un cos geomètric tancat, limitat per polígons iguals. És certa aquesta afirmació? Raona la resposta.
- Si un políedre està format per polígons, relaciona aquests elements amb la seva definició: cara, aresta, vèrtex.
 

a) Cada segment d'unió de dos polígons	I. CARA
b) Cada punt d'unió de tres o més polígons	II. VÈRTEX
c) Cada polígon del políedre	III. ARESTA
- Quines d'aquestes afirmacions són vertaderes i quines són falses?
  - Tots els políedres són prismes.
  - L'esfera no és un políedre.
  - En qualsevol políedre totes les cares són iguals.
  - Només hi ha cinc políedres regulars.
- Assenyala a la taula següent el nombre de cares, arestes i vèrtexs de cadascun dels políedres regulars següents:

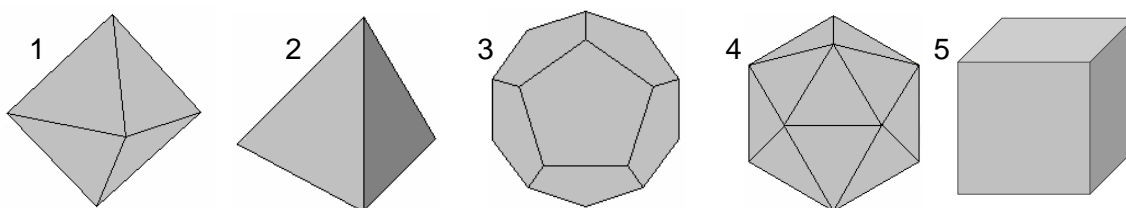
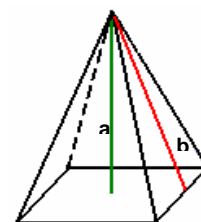


Figura	1	2	3	4	5
Núm vèrtexs					
Núm cares					
Núm d'arestes					

- Digues el nom dels cinc políedres regulars de l'activitat anterior.
- Quin és el volum d'un galleda de 8 cm de costat? I la seva àrea exterior total?
- Un cub es troba recolzat sobre una taula. La seva superfície exterior total és de 150 cm<sup>2</sup>. Calcula l'àrea lateral, l'àrea de la base i el volum.
- Un tanc d'aigua té forma de prisma hexagonal regular. Sabem el que mesura el costat de la base, 2 m, i la seva apotema, 1,73 m. L'altura del prisma és la meitat de la longitud d'un costat de la base. Troba la superfície total del prisma i el nombre de litres d'aigua que pot contenir.
- En la piràmide de base quadrangular de la figura, assenyala quin segment representa l'apotema de la piràmide i quin l'altura. Si el costat de la base mesura 20 cm, quin serà el valor de la seva apotema si l'altura és de 30 cm?
- Un envàs té forma de tronc de piràmide de base quadrada. El costat de la base més gran mesura 12 cm i el de la base més petita 8 cm. L'altura de l'envàs és de 10 cm. Calcula l'àrea d'una de les seves cares laterals.





## UNITAT 7. Poliedres

1. No és correcta, perquè els polígons no han de ser necessàriament iguals. Exemple: una piràmide de base quadrangular és un políedre i els polígons que el formen no són tots iguals.

2.

- a) III
- b) II
- c) I

3.

- a) Falsa. El contrari és cert
- b) Vertader.
- c) Fals. Només en els políedres regulars totes les cares dels polígons són iguals.
- a) Vertader. Són aquests: tetràedre, cub (hexàedre), octàedre, dodecàedre i icosaèdre

4.

Figura	1	2	3	4	5
Núm vèrtexs	6	4	20	12	8
Núm cares	8	4	12	20	6
Núm d'arestes	12	6	30	30	12

1. Fig 1: Octàedre

Fig 2: Tetràedre

Fig 3: Dodecàedre

Fig 4: Icosaèdre

Fig 5: Cub o hexàedre

5.  $V = (\text{costat})^3 = c^3 = 8^3 = 512 \text{ cm}^3$

$A_{\text{ext}} = 6 \cdot \text{Àrea d'una de les seves cares} = 6 \cdot c^2 = 6 \cdot 8^2 = 384 \text{ cm}^2$

6.  $A_{\text{ext}} = 6 \cdot \text{Àrea d'una de les seves cares} \rightarrow 150 = 6 \cdot c^2 \rightarrow c = 5 \text{ cm}$

$\text{Àrea lateral} = \text{Àrea total} - \text{Àrea de les bases} = 150 - 2 \cdot c^2 = 150 - 2 \cdot (5)^2 = 100 \text{ cm}^2$

$\text{Àrea de la base} = c^2 = 25 \text{ cm}^2$

$\text{Volum} = c^3 = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$

## UNITAT 7. Poliedres

7. Superfície lateral ( $S_L$ ) = 6 · àrea de cada cara lateral

$$\text{Àrea de cada cara lateral} = c \cdot h = 2 \cdot 1 = 2 \text{ m}^2$$

$$S_L = 6 \cdot 2 = 12 \text{ m}^2$$

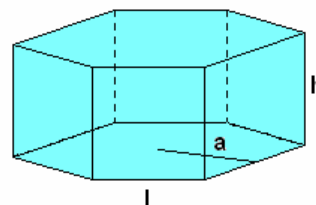
$$\text{Volum (V)} = \text{àrea de la base} \cdot \text{altura}$$

$$\text{Àrea base} = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{6 \cdot l \cdot a}{2} = 3 \cdot a \cdot c = 10,38 \text{ m}^2$$

$$V = 10,38 \cdot 1 = 10,38 \text{ m}^3$$

Com que un litre d'aigua equival a  $1 \text{ dm}^3$  de volum,  $10,38 \text{ m}^3$  equivalen  $10,38 \cdot 1\,000 \text{ dm}^3 = 10\,380 \text{ dm}^3 = 10\,380$  litres.

Aquest dipòsit té capacitat per a 10 380 L.

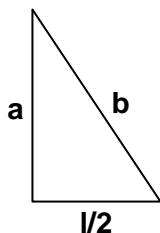


8. En la piràmide de base quadrangular de la figura, assenyala quin segment representa l'apotema de la piràmide i quin l'altura.

Si el costat de la base fa 20 cm. Quin serà el valor de l'apotema si la seva altura és de 30 cm?

**a** representa l'altura i **b** la seva apotema.

L'apotema, l'altura i la meitat d'un costat de la base formen un triangle rectangle



$$b = \sqrt{a^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} = 31,6 \text{ cm}$$

9. Un envàs té forma de tronc de piràmide de base quadrada. El costat de la base més gran mesura 12 cm i el de la base més petita 8 cm. L'altura de l'envàs és de 10 cm. Calcula l'àrea d'una de les seves cares laterals.

$b$  ≡ Longitud de la base més petita

$B$  ≡ Longitud de la base més gran

$h$  ≡ Altura del tronc i con

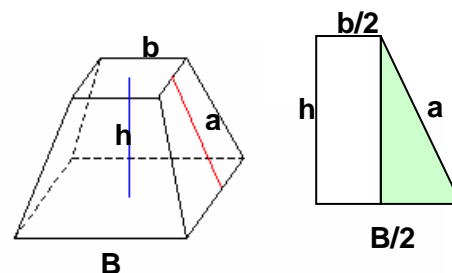
Cada cara lateral és un trapezi de bases  $b$  i  $B$  i d'altura  $a$ .  $A = \frac{b+B}{2} \cdot a = 10a$

Al seu torn, l'apotema del tronc piramidal forma amb la meitat de les dues bases del tronc un trapezi rectangle, tal com s'aprecia a la figura pintada. D'aquí obtenim un triangle rectangle en el qual es compleix que:

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{B-b}{2}\right)^2 \rightarrow a^2 = 10^2 + 2^2 = 104$$

$$a = 10,2 \text{ cm}$$

Per tant, l'àrea d'una cara lateral és:



## UNITAT 8. Cossos de revolució

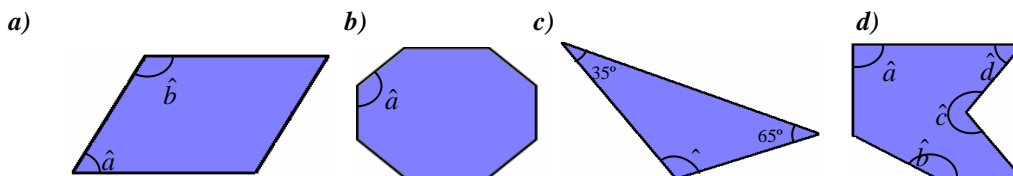
1. Converteix a graus ( $^{\circ}$ ), minuts ( $'$ ) i segons ( $''$ ) sexagesimals els angles següents:

- La quarta part d'un angle recte.
- $135,45^{\circ}$
- La cinquena part d'un angle pla.

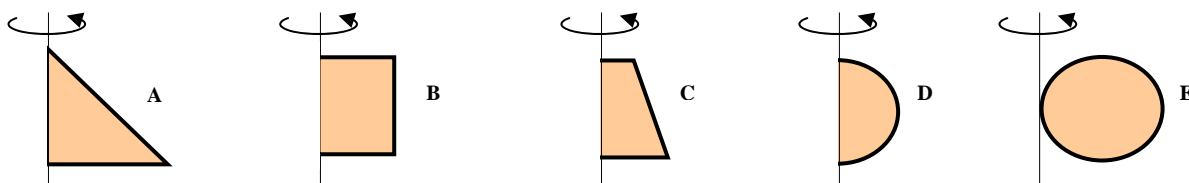
2. Assenyala quin angle comprès entre  $0^{\circ}$  i  $360^{\circ}$  (una volta) és equivalent als angles següents:

- $735^{\circ}$
- $-120^{\circ}$
- La suma dels angles interns d'un hexàgon regular.

3. Indica a quin tipus d'angles (recte, pla, còncau, convex agut o convex obtús) pertanyen els marcats en les figures següents:

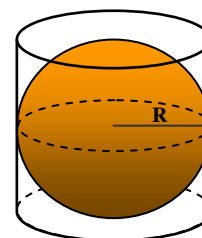


4. Quins cossos de revolució obtenim si fem girar cada una de les figures planes següents al voltant de l'eix assenyalat?



5. Una esfera de 2 cm de radi es troba a l'interior d'una altra de radi 8 cm. Si les dues esferes són concèntriques, determina el volum de l'espai que queda entre elles.

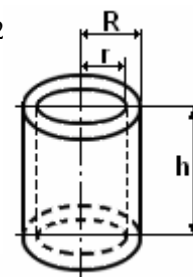
6. El cilindre de la figura té un volum de  $169,65 \text{ cm}^3$ . Quin és el volum de l'esfera inscrita en el cub?



7. Quin és el volum d'un con de 30 cm d'altura la base del qual té 10 cm de radi?

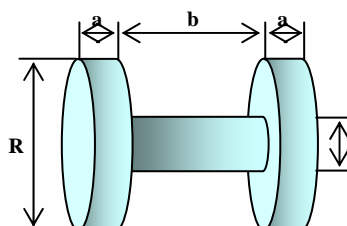
8. Es vol cavar un pou a terra de forma cilíndrica, de 3 m de diàmetre i 2,5 m de profunditat. Quants dies trigarem en la seva perforació si sabem que per dia s'extreuen  $7 \text{ m}^3$  de terra?

9. Calcula el volum d'aquesta peça metàl·lica buida de la figura.  $R = 10 \text{ cm}$ ;  $r = 6 \text{ cm}$ ;  $h = 2 \text{ cm}$



10. Calcula el volum del carret de la figura.

$R = 28 \text{ cm}$ ;  $r = 8 \text{ cm}$ ;  $a = 6 \text{ cm}$ ;  $b = 35 \text{ cm}$



## UNITAT 8. Cossos de revolució

1.

a) La quarta part d'un angle recte.

Es tracta d'un angle de  $\frac{90}{4} = 22,5^\circ \rightarrow 22^\circ 30'$

b)  $135,45^\circ$

$0,45^\circ = (0,45 \cdot 60)' = 27' \rightarrow 135^\circ 27'$

c) La cinquena part d'un angle pla.

Es tracta d'un angle de  $36^\circ$ .

2.

a)  $735^\circ \rightarrow 735 - 360 = 375^\circ \rightarrow 375 - 360 = 15^\circ$ . Equivalents a un angle de  $15^\circ$

b)  $-120^\circ \rightarrow -120 + 360 = 240^\circ$ . Equivalents a un angle de  $240^\circ$ .

c) La suma dels angles interns d'un hexàgon regular.

Suma d'angles interns d'un polígon regular de  $n$  costats  $= (n - 2) \cdot 180^\circ$

En un hexàgon  $\rightarrow$  Suma d'angles interns:  $(6 - 2) \cdot 180 = 720^\circ$ . Són dues voltes completes, per tant, l'angle equivalent és  $0^\circ$  o bé  $360^\circ$ .

3.

▪ Figura a):  $\hat{a} \equiv$  angle convex agut  $\hat{b} \equiv$  Angle convex obtús

▪ Figura b):  $\hat{a} \equiv$  angle convex obtús

▪ Figura c). La suma dels angles interns d'un triangle ha de ser  $180^\circ$ , així que  $\hat{a} = 80^\circ$ . Es tracta, per tant, d'un angle convex agut.

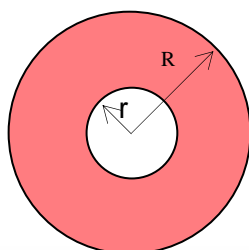
▪ Figura d):  $\hat{a} \equiv$  angle recte  $\hat{b} \equiv$  Angle convex obtús

$\hat{c} \equiv$  Angle còncau obtús  $\hat{d} \equiv$  Angle convex agut

4.

- Girant la figura plana **A**: un con
- Girant la figura plana **B**: un cilindre
- Girant la figura plana **C**: un tronc cònic
- Girant la figura plana **D**: una esfera
- Girant la figura plana **E**: un tor

5. .



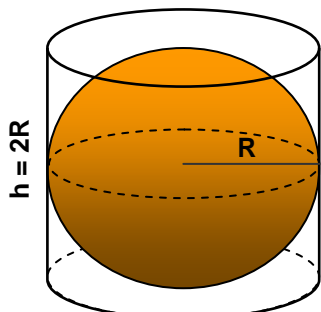
$$\text{Volum esfera gran} \equiv V = \frac{4}{3} \pi R^3 = 2\,144,7 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volum esfera petita} \equiv V' = \frac{4}{3} \pi r^3 = 33,5 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volum entre esferes} \equiv V - V' = \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3) = 2\,111,2 \text{ cm}^3$$

**UNITAT 8. Cossos de revolució**

6.



Volum de l'esfera  $\equiv V = \frac{4}{3}\pi R^3$

El radi  $R$  de l'esfera és igual al radi de la base del cilindre.

Volum del cilindre  $\equiv V' = \pi R^2 \cdot h = \pi R^2 \cdot 2R$

$$V' = 2\pi R^3 \rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{V'}{2\pi}} = \sqrt[3]{\frac{169,64}{2\pi}} = 3 \text{ cm}$$

Per tant,  $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 113,1 \text{ cm}^3$

7.  $V = \frac{1}{3} \cdot \text{Àrea de la base} \cdot \text{Altura} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot 30 = 3\,141,6 \text{ cm}^3$

8. El pou té forma cilíndrica, així que haurem de desplaçar un volum de terra igual al volum  $V$  del cilindre.

$V = \text{Àrea de la base} \cdot \text{Altura} = \pi R^2 \cdot h = \pi (1,5)^2 \cdot 2,5 = 17,67 \text{ m}^3$

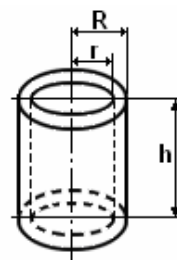
Si extraïem una mitjana de 7 m<sup>3</sup> de terra per dia, tardarem  $\frac{17,67}{7}$  dies a fer el pou, és a dir, uns 2,52 dies, aproximadament dos dies i mig.

9. El volum de la peça metàl·lica és la diferència entre el volum del cilindre extern i el volum del cilindre intern.

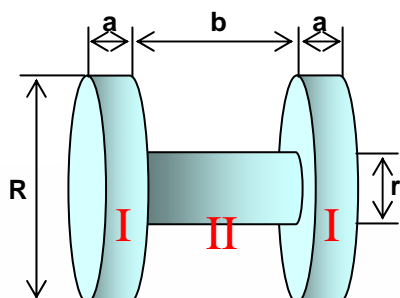
Sí  $V$  és el volum del cilindre de radi més gran i  $V'$  el volum del cilindre de radi més petit, denominem  $V_p$  al volum de la peça.

$V_p = V - V' = (\pi R^2 \cdot h) - (\pi r^2 \cdot h) = \pi h \cdot (R^2 - r^2) = 25\pi \cdot (10^2 - 6^2)$

$V_p = 5\,026,5 \text{ cm}^3$



10. Denominem  $V$  al volum del carret de la figura. El seu volum és la suma dels volums dels tres cilindres de què està compost, dels quals dos d'ells són iguals.



$V = \text{Volum del cilindre II} + 2 \cdot \text{Volum del cilindre I}$

$V = \pi r^2 \cdot b + 2 \cdot \pi R^2 \cdot a$

$V = \pi 4^2 \cdot 35 + 2 \cdot \pi \cdot 14^2 \cdot 6$

$V = 9\,148,32 \text{ cm}^3$

## UNITAT 9. Funcions

1. Representa els nombres reals següents en la recta real.

$$\frac{1}{2} \quad \sqrt{2} \quad -2 \quad \frac{5}{3} \quad \frac{\pi}{2}$$

2. Representa els següents intervals en la recta real:

a)  $[1, 2)$       b)  $(1, \infty)$       c)  $(-\infty, 2)$       d)  $(-\infty, 0] \cup (2, \infty)$

3. Representa els punts següents en el pla:

- a) A (1, 1), B (2, 2) i C (3, 1)  
 b) A (0, -1), B (1, 2), C (3, 2) i D (2, -1)  
 c) A (1, 2), B (3, -1), C (5, 2) i D (3, 5).

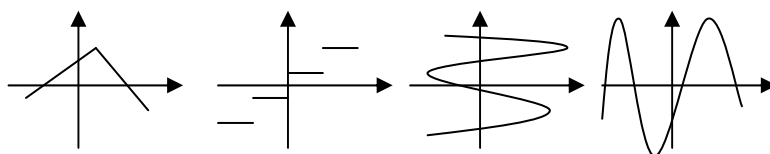
Si els uneixes en ordre alfabètic, quina figura resulta en cada cas?

4. Completa la taula següent, substituint la  $x$  pels nombres de la 1a fila:

	-1	0	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{3}{2}$
$2x - 1$					
$x^2$					
$\frac{x+1}{2}$					

5. Representa en el pla els punts que determinen les dues primeres fila de la taula anterior, posant a l'eix X els valors de la primera fila i a l'eix Y els de la segona. Si uneixes els punts veuràs que resulta una recta. Fes el mateix amb les files 1a i 3a (unint els punts resulta una paràbola), i amb les files 1a i 4a (unint els punts resulta una recta).

6. En una funció, a cada valor de  $x$  li correspon un únic valor de  $y$ . De les següents representacions digues quines són funcions i quines no.



7. Si  $f(x)$  és una funció que associa a cada cub de costat  $x$  el seu volum. Escriu l'expressió de  $f(x)$  i calcula'n el domini (el domini és el conjunt de valors que pot prendre la  $x$ )

8. Troba el domini de les funcions:

a)  $f(x) = x + 1$       b)  $f(x) = \frac{1}{x}$       c)  $f(x) = \frac{1}{x-1}$

9. El preu del transport públic d'una ciutat és de 0,8 € independentment del trajecte que es faci. Representa la funció distància recorreguda-preu del bitllet.

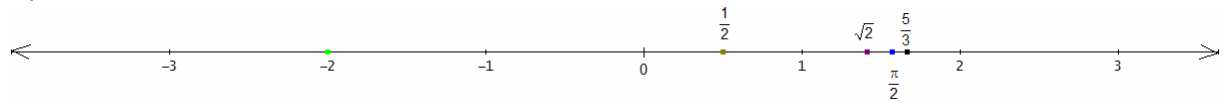
10. La següent taula mostra la població mundial en diferents anys:

Any	1 650	1 750	1 850	1 900	1 950	2 000
Població (milions d'habitants)	545	728	1 171	1 608	2 515	6 056

Representa els valors en el pla i uneix-los amb una línia.

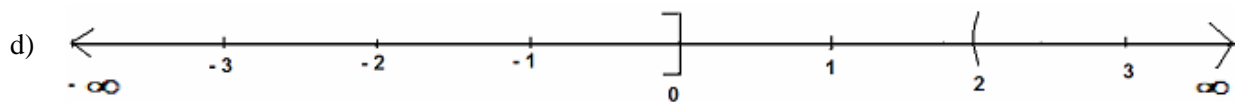
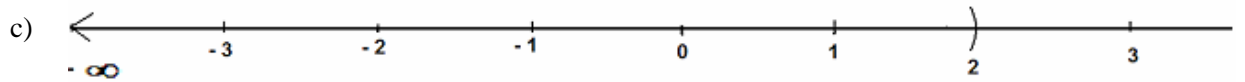
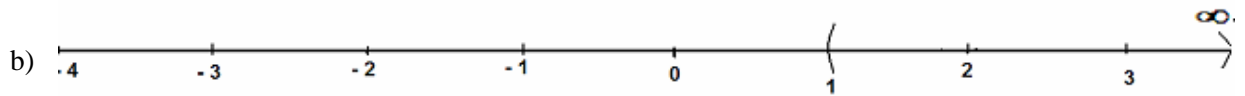
## UNITAT 9. Funcions

1.



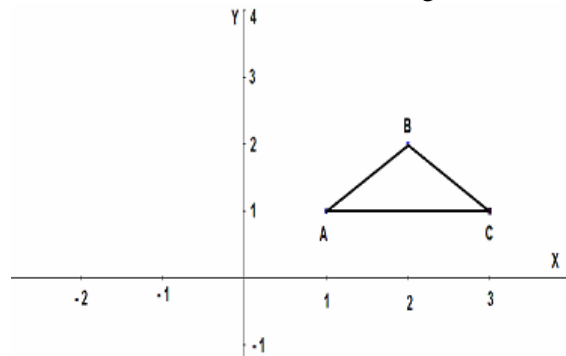
2.

- a)  $[1, 2)$       b)  $(1, \infty)$       c)  $(-\infty, 2)$       d)  $(-\infty, 0] \cup (2, \infty)$

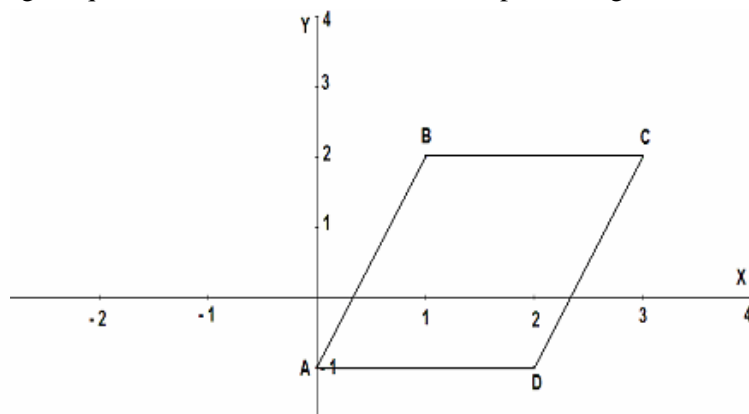


3.

- a) La figura que resulta d'unir A, B i C és un triangle isòsceles.

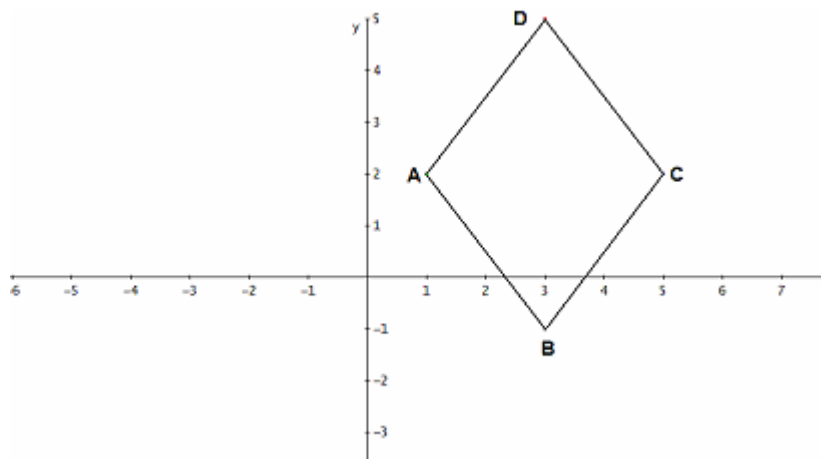


- b) La figura que resulta d'unir A, B, C i D és un paral·lelogram.



**UNITAT 9. Funcions**

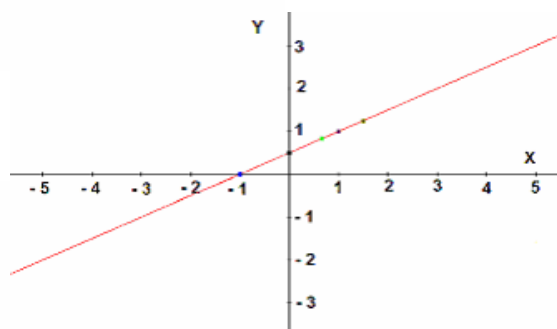
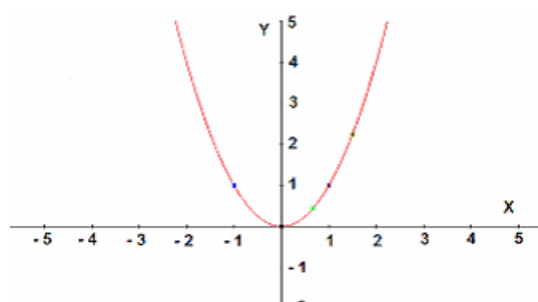
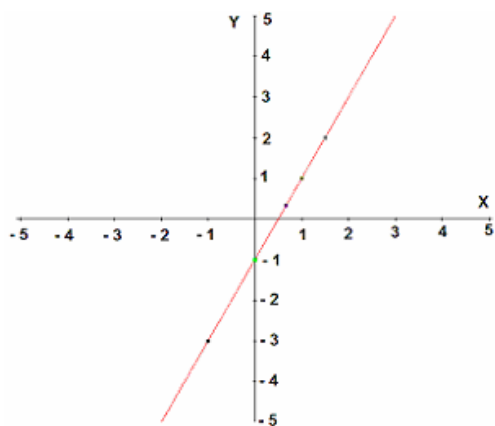
c) La figura que resulta d'unir A, B, C i D és un rombe.



4.

	-1	0	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{3}{2}$
$2x - 1$	-3	-1	$\frac{4}{9}$	1	2
$x^2$	1	0	$\frac{4}{9}$	1	$\frac{9}{4}$
$\frac{x+1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$	1	$\frac{5}{4}$

5.





**UNITAT 9. Funcions**

**6.** Són funcions la primera, la segona i la quarta gràfiques.

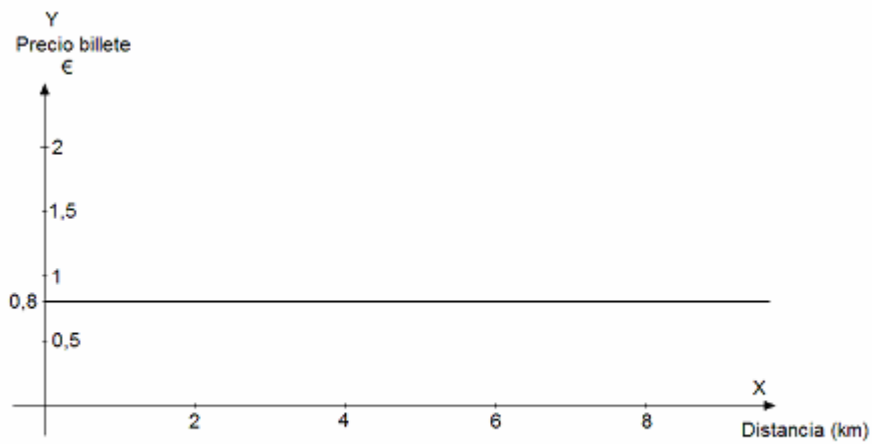
La tercera gràfica no és funció.

**7.** El domini és l'interval  $(0, \infty)$ .

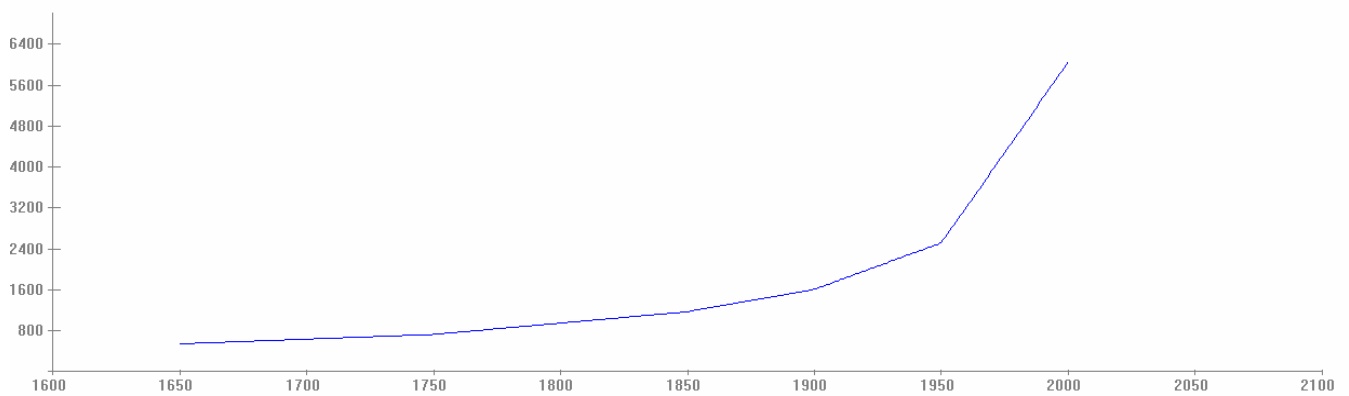
**8.**

- a) Tots els nombres reals
- b) Tots els nombres reals excepte el  $0 = \mathbb{R} - \{0\}$
- c) Tots els nombres reals excepte l'1 =  $\mathbb{R} - \{1\}$

**9.**



**10.**



## UNITAT 10. Funcions elementals

1. Resol la següent equació de primer grau:

$$\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = \frac{5}{4} - x$$

2. Resol la següent equació de segon grau:

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

3. Resol el sistema següent:

$$\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 3x - y = 6 \end{cases}$$

4. De les següents identitats, digues quines són vertaderes i quines són falses?

a)  $(a - 2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$

b)  $(a + b)(a - b) = (a - b)^2$

c)  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

d)  $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

5. A partir d'una taula de valors, representa la funció següent:  $y = 2x$

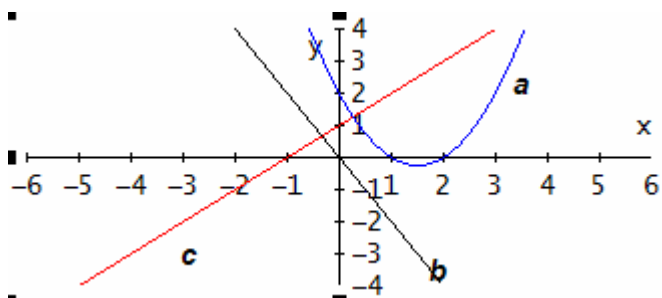
6. A partir d'una taula de valors, representa la funció següent:  $y = x^2$

7. Relaciona les següents gràfiques i funcions:

$y = -2x$

$y = x + 1$

$y = x^2 - 3x + 2$



8. Quines de les següents magnituds són directament proporcionals i quines són inversament proporcionals?

a) Flux d'un aixeta i temps que es triga a omplir un recipient.

b) Preu de l'arròs i quantitat que es pot comprar amb 10 €

c) Temps transcorregut i distància recorreguda a velocitat constant.

d) Velocitat d'un vehicle i temps que triga a recórrer una distància fixa.

e) Temps transcorregut en una telefonada i el preu d'aquesta.

9. Una botiga ha decidit fer un 40 % en tots els seus articles per tancament del negoci. Podries escriure una funció que relacioni tots dos preus? (Considera  $x$ , variable independent, el preu que tenien els articles abans de la rebaixa).

10. Resol gràficament el sistema:  $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 3x - y = 6 \end{cases}$ , per fer-ho, aïlla la  $y$  en cada equació i representa les funcions que resulten.

## UNITAT 10. Funcions elementals

1.  $\frac{x}{2} - \frac{x}{4} = \frac{5}{4} - x \rightarrow x = 1$

2.  $x^2 + 3x - 4 = 0 \rightarrow x = 1, x = -4$

3.  $\begin{cases} x - 2y = 7 \\ 3x - y = 6 \end{cases} \rightarrow x = 1, y = -3$

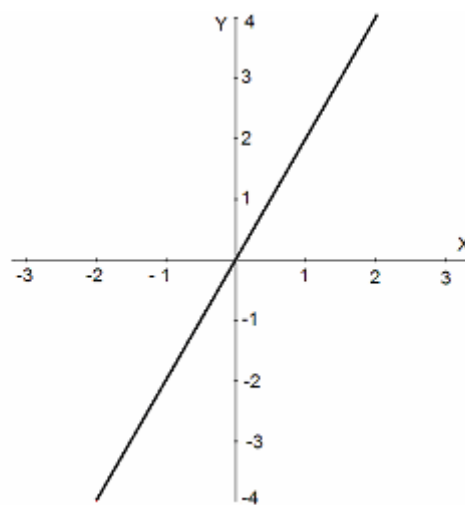
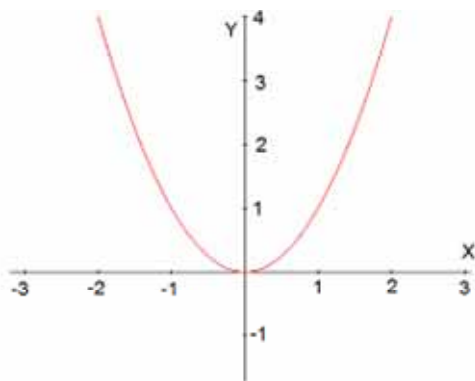
4. Verdaderes a) i c)  
Falses b) i d)

5.

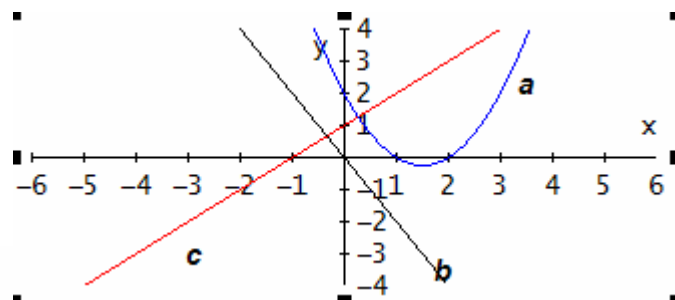
x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-2	0	2	4

6.

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4



7.



$a \rightarrow y = x^2 - 3x + 2$

$b \rightarrow y = -2x$

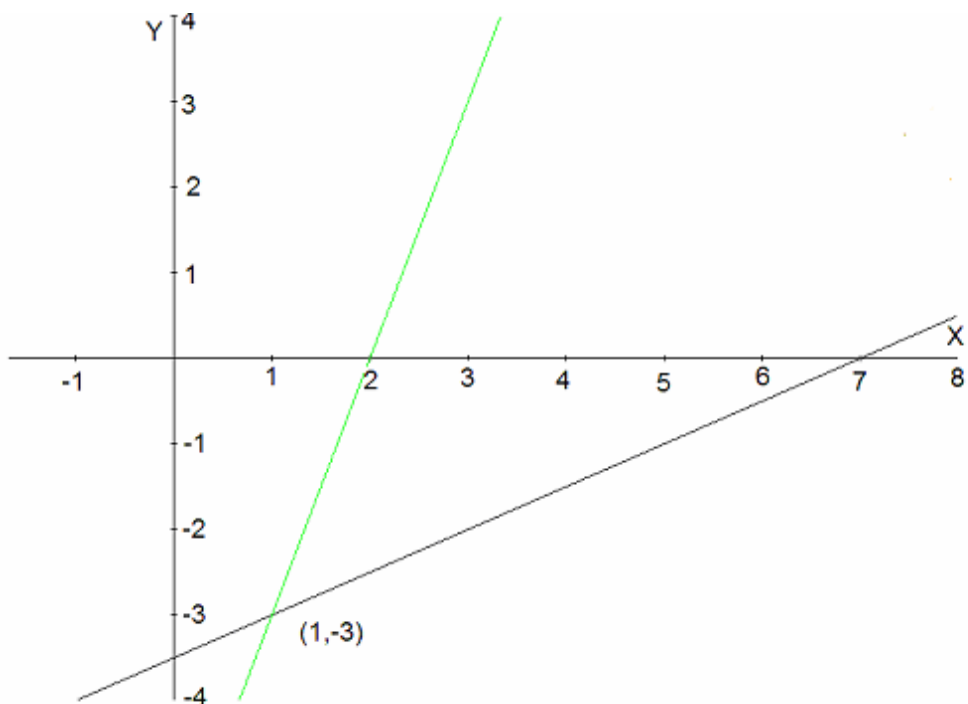
$c \rightarrow y = x + 1$

**UNITAT 10.** Funcions elementals

- 8.** Són directament proporcionals  $c$  i  $e$  (aquesta última amb matisos)  
Són inversament proporcionals  $a$ ,  $b$  i  $d$

**9.**  $y = 0,6x$

**10.**



# Fitxa 1 Avaluació de diagnosi

Alumne/a ..... Curs ..... Data .....

## UNITAT 11. Estadística descriptiva

1. Completa, calculant mentalment, el quadre següent en el qual figuren quantitats i tants per cents:

A	300	800	400	
B	15	20		20
B % de A			120	50

2. Quines

són les

poblacions que s'han d'estudiar per a les següents variables estadístiques?

- Color dels ulls dels alumnes de l'institut.
  - Nombre de telèfons mòbils per unitat familiar en la teva comunitat.
  - Nombre de persones de la teva província que utilitza transport públic per anar a treballar.
  - Programes més vistos l'última setmana a la televisió.
3. Indica quins dels següents caràcters són qualitius, quantitius discrets o quantitius continus:  
a) Talla.      b) Color d'ulls.      c) Pes.      d) Sexe.      e) Edat en anys.
4. Els alumnes d'una classe estan fent un estudi estadístic sobre les seves talles. El més baix fa 140 cm i el més alt, 170 cm. En calcular la mitjana aritmètica a un dels alumnes li surt 132 cm. El professor, sense mirar el problema, li diu que està mal calculada. Per què?
5. Quina diferència hi ha entre població i mostra?
6. Si et disposes a fer un estudi sobre l'edat dels alumnes de l'institut, et sembla adequat prendre com a mostra els alumnes de la teva classe? Raona la resposta.
7. Pots representar les dades d'una variable qualitativa mitjançant un diagrama de sectors? Posa un exemple.
8. Què és la moda en una variable estadística?  
La següent taula mostra el nombre de federats per a l'esport el 2004

Esport	Futbol	Caça	Basquetbol	Golf	Atletisme
Núm. de federats	678 788	354 87	305 842	256 117	109 884

- Quina és la moda en aquesta variable estadística?
  - Representa les dades en un diagrama de sectors.
9. Hi ha alguna relació entre la freqüència relativa i el tant per cent?
10. La següent taula mostra els trasplantaments renals efectuats a Espanya des de l'any 1995 fins a l'any 2003:

Any	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
Trasplantaments de ronyó	1 800	1 707	1 861	1 996	2 023	1 938	1 924	2 032	2 131

Representa les dades en un diagrama de barres.

# Fitxa 1 Avaluació de diagnosi

Alumne/a ..... Curs ..... Data .....

## UNITAT 11. Estadística descriptiva

1.

A	300	800	400	250
B	15	20	30	20
B % de A	45	160	120	50

2.

- a) Els alumnes de l'institut
- b) Les unitats familiars de la comunitat
- c) Els habitants de la meua comunitat
- d) Programes emesos per televisió l'última setmana

3.

Qualitatius: Color d'ulls, sexe  
Quantitatius discrets: Edat en anys  
Quantitatius continus: Talla, pes

4.

Perquè la mitjana aritmètica ha d'estar compresa entre el valor més petit i el més gran de la variable.

5.

La població és el conjunt d'objectes o elements sobre els quals es realitza l'estudi.  
Una mostra és un subconjunt de la població.

6.

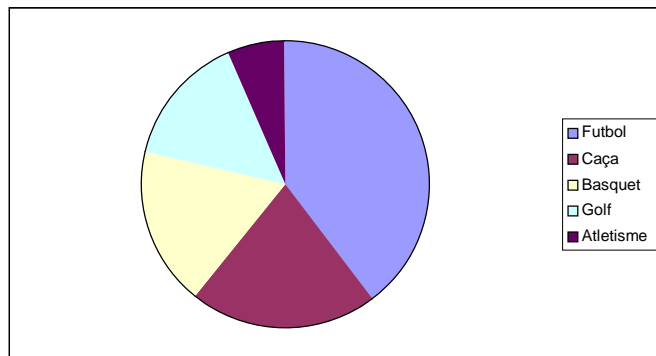
No, perquè tots els alumnes de la meua classe van néixer en un interval de dos anys.

7.

Sí, per exemple, els resultats electorals.

8.

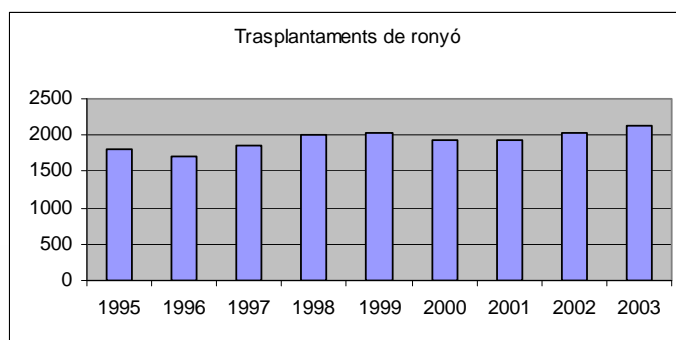
És el valor de la variable que més es repeteix, és a dir, el que té una freqüència més gran.  
El futbol és la mediana a la taula.  
El diagrama de sectors és el següent:



9.

Sí. El tant per cent és la freqüència relativa multiplicada per 100.

10.



## UNITAT 12. Probabilitat

1. Quants nombres de tres díigits podem escriure? (No compten com a nombres de tres díigits els que comencen per 0)
  - a) 1 000
  - b) 901
  - c) 900
  
2. En escriure els nombres naturals de l'1 al 50. Quantes vegades escrivim la xifra 3?
  - a) 7
  - b) 20
  - c) 15
  
3. Quants nombres capicua de dues xifres hi ha? (No es compta el 00)
  
4. En un centre escolar hi ha 500 alumnes. ¿Quina de les següents afirmacions et sembla més correcta?
  - a) És impossible que dos d'ells facin anys el mateix dia.
  - b) Sembla poc probable que dos d'ells facin anys el mateix dia.
  - c) Sembla bastant probable que dos d'ells facin anys el mateix dia.
  - d) És segur que dos d'ells compliran anys el mateix dia.
  
5. S'extreu una carta de la baralla. Què és més probable, que surti figura o que surti un dos?
  
6. En una classe hi ha 12 nois i 10 noies. S'escull una persona a l'atzar. Amb quina de les següents frases estàs més d'acord?:
  - a) És més probable que surti noi.
  - b) És més probable que surti noia.
  - c) És igualment probable que surti noia o noi.
  
7. Una urna conté 12 boles blanques i 8 de negres, i una altra conté 20 boles blanques i 10 de negres.
  - a) En quina urna és més probable obtenir bola blanca?
  - b) En quina urna és més probable obtenir bola negra?
  
8. Es llança una moneda equilibrada (no està trucada) 5 vegades i les 5 vegades ha sortit cara. Què és més probable en el següent llançament?:
  - a) Que surti creu.
  - b) Que surti cara.
  - c) És igualment probable que surti cara o creu.
  
9. Es llança un dau numerat de l'u al sis.
  - a) Escriu tots els resultats possibles.
  - b) Són tots igualment probables?
  
10. Es considera la suma dels punts obtinguts en llançar dos daus numerats de l'u al sis.
  - a) Escriu tots els resultats possibles.
  - b) Et sembla que són tots igualment probables?

## UNITAT 12. Probabilitat

1. La resposta és 900. Des del 100 fins al 999.
2. 3, 13, 23, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 43, són 15 vegades el nombre 3.
3. 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99. En total són 9.
4. La correcta és la **d**, perquè un any té 365 dies.
5. És més probable que surti figura, perquè hi ha dotze figures per quatre dosos.
6. És més probable que surti un noi perquè n'hi ha més.
7.
  - a)  $\frac{12}{20} = \frac{3}{5} < \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$  per tant és més probable obtenir una bola blanca en la segona urna.
  - b)  $\frac{10}{30} = \frac{1}{3} < \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$  per tant és més probable obtenir una bola blanca en la primera urna
8. És un succés independent, sense memòria, per tant, la resposta correcta és la **c**.
9. a)  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$   
b) Sí, si el dau està equilibrat.

### 10. Si ho escrivim així

$$\left\{ \begin{array}{l} (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6) \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \end{array} \right\}$$

En total són 36 igualment probables.

En canvi, si l'espai mostral l'escrivim així

$$\left\{ \begin{array}{l} (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6) \\ (4,4), (4,5), (4,6), (5,5), (5,6), (6,5), (6,6) \end{array} \right\}$$

En total són 21, però no són igualment probables. És més probable, per exemple, obtenir (1,2) que (1,1).